دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي لتجويف مسامي يحتوي على حواجز وجسم مربع المقطع باستخدام نموذج غير متزن حرارياً

رامز إبراهيم سعيد العبوشي
مدرس مساعد
كلية الهندسة – قسم الهندسة الميكانيكية – جامعة الموصل

الخلاصة

في هذا البحث تم اجراء دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي بين جدران تجويف محتفظة بدرجة حرارة عالية وجسم مربع المقطع متمركز داخل التجويف ويحتفظ بدرجة حرارة منخفضة .التجويف مملوء بوسط مسامي مشبع وفي حالة لاتزان حراري بين الجزء الصلب والمائع ، مع وجود حاجزين اديباتيين ملصوقين على الجدران العمودية للتجويف.

المعادلات المتحكمة بالمسالة والتي تتضمن : معادلات الاستمرارية والزخم والطاقة ، تم حلها باستخدام طريقة الفروق المحددة مع طريقة كاوس - سيدل المتناوبة .اجريت هذه الدراسة تحت تأثير اربع متغيرات لابعدية باعتبارها المعلمات الرئيسية للمسئلة وتتمثل : عدد رايلي المطور($0\le Ra^*\le 1000$) ، معامل انتقال الحرارة المدرج ($0.1\le H\le 100$) ، نسبة التوصيلية الحرارية ($0.1\le Kr\le 100$) ، و موقع الحاجزين على الجدران العمودية نسبة لعرض التجويف ($yp=0.25,0.5,0.75$) . تم تمثيل النتائج بدلالة خطوط الانسياب وخطوط درجات الحرارة للجزأين (الصلب والمائع) وعرض العلاقة بين معدل عدد نسلت مع عدد رايلي . اتضح من الدراسة ان زيادة عدد رايلي المطور يؤدي الى زيادة عدد نسلت للجزء الصلب وعدد نسلت للجزء المائع وعدد نسلت الكلي ، وقد لوحظ ان تاثير نسبة التوصيلية الحرارية على عدد نسلت يكون شاملا في حين يقتصر تاثير معامل انتقال الحرارة المدرج على عدد نسلت للجزء الصلب . اما بالنسبة لموقع الحاجزين فقد تبين بأنه كلما تحركت باتجاه الاعلى تكون كمية انتقال الحرارة اعلى اي ان اعلى انتقال حرارة يكون عندما يكون موقع الحاجزين الافقيين في اعلى التجويف ولجميع الحالات .(**الكلمات الدالة**: وسط مسامي ، لاتزان حراري ، انتقال الحرارة ، الحمل الطبيعي)

Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer of Porous Cavity contains Partitions and Square body by Using Thermal Non-Equilibrium Model

Ramiz Ibraheem Saeed Al-Abushi

Assistant Lecture
Department of Mechanical Engineering -University of Mosul - Iraq

Abstract

In this research, natural cnvective heat transfer between hot walls of cavity and a cold body with square section concentric in cavity is studied numerically. The cavity is filled with a saturated porous medium with thermally non-equilibrium between the solid and fluid phases. Two adiabatic partitions attached to the walls of cavity .The governing equations include continuity, momentum and energy equations are solved by using finite deference method with Gauss-Seidle iterative method.

This investigation was performed under the effect of four non-dimensional groups which defined as : modified Rayleigh number ($100\le Ra^*\le 1000$), scaled heat transfer coefficient ($0.1\le H\le 100$), thermal conductivity ratio ($0.1\le Kr\le 100$) and the location of the partitions with respect to the length of the cavity ($Yp^*=0.25,0.5,0.75$). The results were presented in terms of streamlines and isotherms of fluid and solid phases and the relations between Nusselt number variation with modified Rayleigh number .The Nusselt number in each phases(solid and liquid) and total Nusselt number are found to be increased proportionally due to the increasing in modified Rayleigh number. The effect of thermal conductivity ratio on Nusselt number was comprehensive while scaled heat transfer coefficient was confined to solid phase Nusselt number. Also the results showed that when the two partitions moved towards upper part of cavity , the quantity of heat transfer is to be larger and the maximum heat transfer is to be when the horizontal partitions in the upper part of the cavity in all cases .

key words: porous medium,thermal non-equilibrium, heat transfer, natural convection.

أستلم في 2008/6/30 قبل في 2009/1/12

قائمة الرموز

الرمز	التعريف	الوحدة
C	السعة الحرارية النوعية	J/kg.K
Da	عدد دارسي	---
g	التعجيل الأرضي	m/s^2
H	معامل انتقال الحرارة المدرج	---
h	معامل انتقال الحرارة بين الطورين الصلب والمائع للوسط	$W/m^2.K$
K	النفاذية للوسط المسامي	m^2
K_r	نسبة التوصيلية الحرارية المؤثرة	---
k	الموصلية الحرارية	W/m.K
L	عرض التجويف	m
Nu	عدد نسلت	---
p	الضغط	N/m^2
Q	معدل انتقال الحرارة	W
q''	الفيض الحراري	W/m^2
Ra	عدد رالي = $\rho_o g\beta L^3\Delta T / \mu\alpha$	---
Ra^*	عدد رالي المطور = Da . Ra	---
T	درجة الحرارة المطلقة	K
ΔT	الفرق في درجات الحرارة = $T_h - T_c$	K
u	سرعة المائع باتجاه الإحداثي x	m/s
v	سرعة المائع باتجاه الإحداثي y	m/s
(x,y)	الإحداثيات الديكارتية	m

الرموز الاغريقية

α	الانتشارية الحرارية الفعالة للوسط المسامي	m^2/s
β	معامل التمدد الحراري الحجمي	K^{-1}
θ	درجة الحرارة اللابعدية= $(T-T_c)/(T_h-T_c)$	---
μ	اللزوجة الديناميكية	kg/m.s
η	أي كمية اعتباطية	---
ρ	الكثافة	kg/m^3
ψ	دالة الانسياب	---
ϕ	المسامية	---

الرموز السفلية الدليلية

c	السطح البارد
e	الفعالة
f	المائع
h	السطح الساخن
o	ظروف الوسط
T	القيمة الكلية

الرموز العلوية الدليلية

^	اللابعدية
–	المعدل

المقدمة والدراسات السابقة

ان موضوع الحمل الطبيعي في الوسط المسامي اصبح موضوع مهم جدا نظرا لكثرة التطبيقات في كثير من المجالات الصناعية وطاقة باطن الارض وصناعان البترول [1] وكذلك في مجال ميكانيك الموائع ومجال المياه الجوفية وهندسة الري [2] والمعضلات الكيميائية والصناعات النووية [3] .

يمكن تصنيف الدراسات والمراجع الى ثلاثة انواع من الدراسات : النوع الاول الدراسات المتمثلة عن التجاويف المستطيلة مع وجود وعدم وجود الحواجز والنوع الثاني عن الاجسام المغمورة في الاوساط المسامية والنوع الاخير عن الدراسات الخاصة عن حالة اللاتزان الحراري الموقعي .

النوع الاول من الدراسات تضمن :

استخدم Chan[4] وجماعته نموذج برينكمان Brinkman model لدراسة عددية ثنائية البعد ولحالة الاستقرار للحمل الطبيعي في وسط مسامي مشبع بغاز ومحصور داخل تجويف مستطيل الشكل . الجدران الافقية كانت معزولة اما الجدران العمودية فكانت ثابتة درجة الحرارة ومختلفة واحدة عن الاخرى .تبين من الدراسة ان كمية الحرارة المنتقلة هي دالة من ثلاث معاملات : عدد دارسي وعدد رايلي ونسبة الطول الى العرض . وان كمية الحرارة لعدد رايلي تزداد بزيادة نسبة الطول الى العرض الى ان تصل الى اعلى قيمة ثم ترجع فتتناقص مرة ثانية ، ويمكن اخذ نسبة الطول الى العرض بما يقارب (1.5) لجميع اعداد رايلي التي تجعل كمية الحرارة المنتقلة اكبر مايمكن .

اما Prasad [3] فقد درس الحمل الطبيعي دراسة عددية ثنائية البعد لحالة الاستقرار لتجويف مستطيل مشبع بوسط مسامي ذي توليد حراري .الجدران العمودية للتجويف كانت ذات درجة حرارة ثابتة ومنخفضة اما الجدران الافقية اخذت حالتين ثابتة منخفضة واخرى معزولة .نتائج هذه الدراسة تمثلت بان درجة الحرارة العظمى في التجويف تقل عند التحول من الظروف الحدية المعزولة الى الباردة ويقل الفرق بين الاثنين بزيادة عدد رايلي ويقل هذا الفرق كثيرا بزيادة نسبة الطول الى العرض واخيرا استنتج بان معدل عدد نسلت هو دالة قوية من عدد رايلي ونسبة الطول الى عرض التجويف والظروف الحدية .

درس الباحث Hussein [5] تاثير حاجز اديباتي مثبت افقيا داخل وسط مسامي مستطيل الشكل. الحيز ذي جوانب مسخنة عند درجة حرارة ثابتة مختلفة من سطح لاخر بينما الاسطح الافقية معزولة. كانت الدراسة تتضمن تغيير طول الحاجز وموقعه اضافة الى تغيير عدد رالي وعامل القصور الذاتي . قام الباحث باستخدام برنامج عددي لحل المسالة بطريقة الفروق المحددة مع طريقة كاوس سيدل المتناوبة. استنتج الباحث ان الحاجز يسبب اخماد للحمل الطبيعي ويقلل من انتقال الحرارة مقارنة مع الحالة بدون حاجز كما لاحظ ان ان زيادة عامل القصور الذاتي يؤدي الى نقصان في عدد نسلت.

درس الباحث (Al-Timemy) [6] عدديا ثاثير الحاجز الاديباتي على انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي ضمن جريان دراسي لوسط مسامي وكان الحيز ذو جوانب مسخنة ثابتة ومختلفة من سطح لاخر بينما الاسطح الافقية معزولة حراريا. تم تثبيت عدد من الحواجز بشكل عمودي على السطح السفلي للوسط . استخدم الباحث طريقة الفروق المحددة لحل المسالة معتمدا على تغيير طول الحاجز وموقعه وتم تمثيل النتائج بدلالة خطوط الانسياب وخطوط ثبوت درجات الحرارة.استنتج الباحث ان زيادة طول الحاجز تؤدي الى نقصان في كمية الحرارة المنتقلة كما ان الحرارة تتاثر بطول الحاجز اكثر من التغيير في موقعه.

الدراسات التي تضمنت الاجسام المغمورة في الاوساط المسامية :

قام الباحث Al-ani[7] بدراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي من جسم مستطيل ايزوثرمي مغمور في وسط مسامي مشبع محصور في تجويف مستطيل الشكل .وكانت الدراسة لحالة الاستقرار والاتزان الحراري بين الجزء الصلب والمائع للوسط . وكان مجال عدد رايلي ($0 \leq Ra \leq 500$) وقد اتخذ ابعاد مختلفة للجسم . تبين من هذه الدراسة اعتمادية عدد نسلت على عدد رايلي المطور وابعاد الجسم والظروف الحدية .

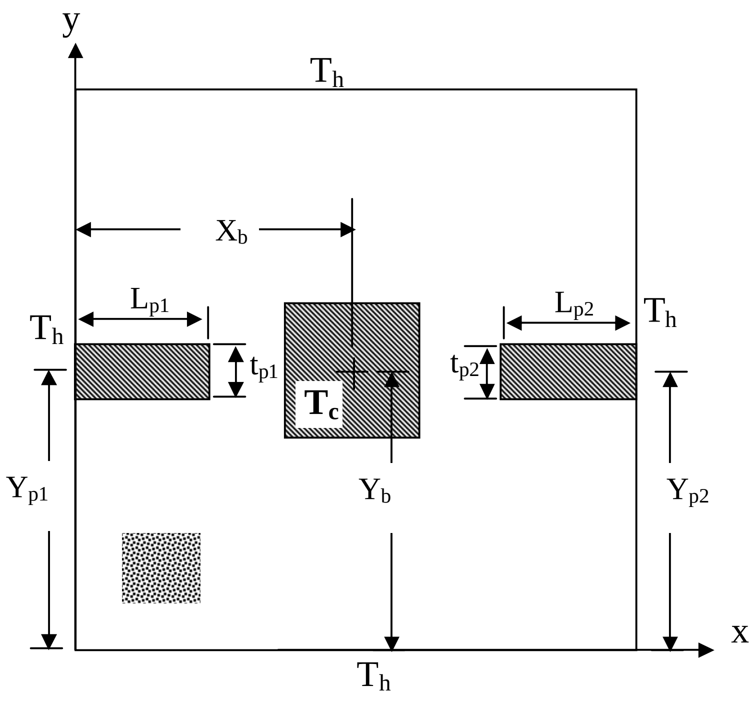
للتقليل من انتقال الحرارة من اسطوانة مغمورة في وسط مسامي شبه غير محدد قام الباحث Facas [8] بدراسة عددية للتقليل من كمية الحرارة وذلك بربط حواجز او عوارض طولية ممتدة على طول سطح الاسطوانة ، وهذه الحواجز مصنوعة من مادة غير معدنية وذلك لكي لاتعد كزعانف طولية .اظهرت النتائج بان كمية الحرارة تقل عند مقارنتها مع عدم وجود الحواجز وعند استخدام طول حاجز نسبة الى نصف قطر الاسطوانة ($L/R=2$) يؤدي الى حفظ الطاقة بمقدار (22%) واخيرا استنتج بان معدل عدد نسلت هو دالة من طول الحاجز وعمق الانغمار للاسطوانة .

الدراسات عن حالات اللاتزان الحراري الموضعي :

قام الباحث Radhi[9] بدراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في حيز مسامي غير متزن حراريا لنموذج الجريان الدارسي. الحيز المسامي كان مسخن من الاسفل بدرجة حرارة ثابتة (T_h) مع تثبيت درجة حرارة السطح العلـوي (T_c) اما الجدران الجانبية فقد فرضت معزولة حراريا .تبين من الدراسة بان تأثير نسبة التوصيلية الحرارية علـى خطـوط الانسياب وتوزيع درجات الحرارة يكون اقوى من تاثير معامل انتقال الحرارة المدرج ، كما تبين بان القيم الحرجة من عـدد رايلي المطور تعتمد على قيم نسبة التوصيلية الحرارية ومعامل انتقال الحرارة المدرج .واتضح من الدراسة بان زيادة عـدد ريلي تؤدي الى زيادة عدد نسلت للجزء الصلب والمائع وعدد نسلت الكلي وقد لوحظ بان تاثير نسبة التوصـيلية الحراريـة على اعداد نسلت يكون شاملا في حين يقتصر تاثير معامل انتقال الحرارة المدرج على عدد نسلت للجزء الصلب .

كذلك فقد قام الباحث Saied[10] باخذ طبقة مسامية موضوعة بصورة شاقولية وتخضع لجريان مائع في حـالتين اولهما عندما يكون اتجاه الجريان باتجاه الحمل الطبيعي والاخرى بالاتجاه المقايض للحمل الطبيعي في كلتا الحـالتين تنتقـل الحرارة بالحمل المختلط (حمل قسري +حمل طبيعي) .استنتج الباحث ان معدل عدد نسلت الكلي يقل بزيادة معامـل انتقـال الحرارة عندما يكون عدد بيكلت صغيرا في حين يحصل العكس عند القيم العالية لعدد بيكلت ، كما تبين ايضا ان عدد نـسلت الكلي يعتمد على نسبة التوصيلية الحرارية اكثر من اعتماده على معامل انتقال الحرارة المرج .

في البحث الحالي ستتم دراسة انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي عن جسم مربع الشكل مغمـور داخـل تجويـف ذو درجة حرارة ثابتة (T_h) يحتوي على وسط مسامي مشبع بمائع وفي حالة لاتزان حراري بين الجزأين الصلب والمـائع ، وتكون درجة حرارة الجسم المغمور في الوسط المسامي ذو درجة حرارة ثابتة (T_c) اي يكون انتقال الحرارة مـن محـيط التجويف ذو درجة الحرارة العالية الى الجسم المغمور ذو الدرجة حرارة المنخفضة .كذلك سيتم استخدام حـاجزين طـوليين ملصوقين على الجدران العمودية للتجويف، والشكل (1) يوضح الشكل الهندسي للمسألة مع الظروف الحدية الافتراضية .



الشكل (1) الشكل الهندسي للمسألة

التمثيل الفيزيائي

الفرضيات

1- ان جريان المائع يخضع لقانون دارسي
2- المائع داخل المسامات لايكون في حالة اتزان حراري مع الصفوف الصلبة للوسط المسامي وبهذا فان كل جزء يمتلك درجة حرارة مختلفة عن الجزء الاخر .
3- اعتبار الوسط المسامي متجانساً ، وبهذا تكون الصفوف الصلبة والمائع المنساب خلال المسامات موزعة بشكل منتظم
4- جريان المائع وانتقال الحرارة لايتغيران نسبة الى الزمن ، اي حالة الاستقرار .
5- الخواص الحرارية للصفوف الصلبة تختلف عن تلك التي يمتلكها المائع المشبع للمسامات .
6- الخواص الحرارية للمائع تفرض على انها ثابتة ماعدا الكثافة فانها تتغير مع درجة الحرارة طبقا لتقريب بوسينسك

$$\rho_f = \rho_{fo}\left[1-\beta\left(T_f - T_O\right)\right] \qquad ......(1)$$

β تمثل معامل التمدد الحراري للمائع وتساوي :-

$$\beta = \frac{-1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \qquad ....(2)$$

7- الحرارة المتبددة بتاثير اللزوجة مهملة .
8- جميع الجدران للحيز والجسم غير نفاذة للمائع .

المعادلات المتحكمة

1- معادلة الاستمرارية :

هي معادلة تفاضلية جزئية مشتقة من معادلة حفظ الكتلة ، وبفرض المائع لانضغاطي وذات بعدين ومستقر ومتساوي الخواص في جميع الاتجاهات تكون معادلة الاستمرارية كالاتي : -

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad ....(3)$$

2- معادلة حفظ الزخم

وتتمثل بقانون دارسي لحفظ الزخم باتجاهين ، فمركبة الزخم بالاتجاه الافقي يكون على النحو الاتي :

$$u + \frac{K}{\mu}\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right] = 0 \qquad ......(4)$$

اما معادلة الزخم بالاتجاه العمودي فهي :

$$v + \frac{K}{\mu}\left[\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_f g\right] = 0 \qquad ....(5)$$

حيث K هو ثابت قياسي يدعى معامل النفاذية

وبتعويض معادلة(1) في معادلة (5) نحصل على الاتي :

$$v + \frac{K}{\mu}\left[\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_{f_o} g\left[1-\beta\left(T_f - T_o\right)\right]\right] = 0 \qquad ....(6)$$

وللحصول على الصيغة النهائية لقانون دارسي باتجاهين ، سنشتق المعادلة (6) نسبة الى y والمعادلة (4) نسبة الى x ثم نطرح الناتج الاخير من الاول ونحصل على معادلة الزخم :

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\rho_o g \beta K}{\mu}\frac{\partial T_f}{\partial x} \qquad ....(7)$$

3- معادلة حفظ الطاقة :

يمتلك الوسط المسامي غير المتزن حراريا معادلتين للطاقة وفقاً لنظام الجزئين (الصلب والمائع) فمعادلة الطاقة للجزء المائع تكون كالاتي :

$$(\rho c_p)_f\left[u\frac{\partial T_f}{\partial x} + v\frac{\partial T_f}{\partial y}\right] = \phi k_f\left[\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2}\right] + h\left(T_s - T_f\right) \qquad ....(8)$$

اما معادلة الطاقة للجزء الصلب تكون :-

$$(1-\phi)k_s\left[\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}\right]+h(T_f-T_s)=0 \qquad \text{.......(9)}$$

اذ ان الرموز السفلية f,s تمثل الجزاين الصلب والمائع على التوالي ، وh يمثل معامل انتقال الحرارة بين الطورين الصلب والمائع و k يمثل التوصيلية الحرارية .

الصيغة اللابعدية

يجب وضع المعادلات الخاصة بالصيغة اللابعدية والفائدة من ذلك هو لتقليل عدد المعاملات في النتائج وجعل تحويل المعادلات الى طريقة الفروق المحددة اسهل (اي ان عدد المجاهيل اقل) وكذلك الفائدة الاخرى وهي لغرض التصميم بالاعتماد على اللابعدية جميع الابعاد مقاسة نسبة الى عرض التجويف L .

$$\hat{X}=\frac{X}{L},\quad \hat{Y}=\frac{Y}{L},\quad \hat{L}_b=\frac{L_b}{L},\quad \hat{x}_b=\frac{x_b}{L},\quad \hat{y}_b=\frac{y_b}{L} \qquad \text{.......(10)}$$

$$\hat{L}_{p1}=\frac{L_{p1}}{L},\quad \hat{L}_{p2}=\frac{L_{p2}}{L},\quad \hat{t}_{p1}=\frac{t_{p1}}{L},\quad \hat{t}_{p2}=\frac{t_{p2}}{L},\quad \hat{y}_{p1}=\frac{y_{p1}}{L},\ \hat{y}_{p2}=\frac{y_{p2}}{L} \qquad \text{.......(11)}$$

درجة الحرارة اللابعدية للمائع والجزء الصلب هي نسبة الى درجة الحرارة العالية للتجويف ودرجة الحرارة المنخفضة للجسم المربع

$$\theta_f=\frac{T_f-T_c}{T_h-T_c}\quad,\quad \theta_s=\frac{T_s-T_c}{T_h-T_c} \qquad \text{.......(12)}$$

اما دالة الجريان معرفة في حد مركبة السرعة التي سبق ذكرها في معادلة الاستمرارية كالاتي

$$u=-\frac{\partial\psi}{\partial y},\qquad v=\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad \text{.....(13)}$$

دالة الجريان اللابعدية تعرف كالاتي:-

$$\hat{\psi}=\frac{\psi}{\alpha_f} \qquad \text{.......(14)}$$

وبعد استخدام هذه المتغيرات وتعويضها في معادلة الزخم تصبح كالاتي :-

$$\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial\hat{x}^2}+\frac{\partial^2\hat{\psi}}{\partial\hat{y}^2}=Ra^*\frac{\partial\theta_f}{\partial\hat{x}} \qquad \text{........(15)}$$

اذ ان Ra^* هو عدد رالي المطور والذي يمثل حاصل ضرب عدد رايلي الاعتيادي Ra الخاص بالمائع بعدد دارسي Da

$$Ra^*=Ra\times Da=\left(\frac{K}{L^2}\right)\cdot\left(\frac{\rho_{f_o}g\beta L^3(T_h-T_c)}{\phi\mu\alpha_f}\right)=\frac{\rho_{f_o}g\beta KL\Delta T}{\phi\mu\alpha_f} \qquad \text{.......(16)}$$

وبالتالي فان عدد رايلي المطور يمثل نسبة القوة الطفوية الى قوة الاعاقة للوسط المسامي .
اما معادلة الطاقة بدلالة الصيغة اللابعدية للمائع فتكون كالاتي:-

$$\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{x}}\frac{\partial\theta_f}{\partial\hat{y}}-\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial\hat{y}}\frac{\partial\theta_f}{\partial\hat{x}}=\frac{\partial^2\theta_f}{\partial\hat{x}^2}+\frac{\partial^2\theta_f}{\partial\hat{y}^2}+H(\theta_s-\theta_f) \qquad \text{.......(17)}$$

حيث ان H هو معامل انتقال الحرارة المدرج ويعبر عنه بالصيغة الاتية :-

$$H=\frac{h\ L^2}{\phi k_f} \qquad \text{.......(18)}$$

اما بالنسبة للجزء الصلب من الوسط المسامي فتكون معادلة الطاقة اللابعدية كالاتي:-

$$\frac{\partial\theta_s}{\partial\hat{x}^2}+\frac{\partial\theta_s}{\partial\hat{y}^2}+HK_r(\theta_f-\theta_s)=0 \qquad \text{.......(19)}$$

اذ ان K_r تمثل نسبة التوصيلية الحرارية المؤثرة للمائع الى نسبة التوصيلية الحرارية للجزء الصلب للوسط المسامي :-

$$K_r = \frac{\phi k_f}{(1-\phi)k_s} \qquad ....(20)$$

الظروف الحدية اللابعدية بالنسبة لجدران التجويف هي :-

$$at \quad \hat{x} = 0 \quad , \quad 1 \quad any \quad \hat{y} \quad \psi = 0.0 \; , \; \theta_f = \theta_s = 1 \qquad ......(21)$$

$$at \quad \hat{y} = 0 \quad , \quad 1 \quad any \quad \hat{x} \quad \psi = 0.0 \; , \; \theta_f = \theta_s = 1 \qquad ......(22)$$

الظروف الحدية اللابعدية للجسم :-

$$at \; \hat{x} = \hat{x}_b - \frac{L_b}{2} \,\&\, \hat{x} = \hat{x}_b + \frac{L_b}{2}, \left(\hat{y}_b - \frac{L_b}{2}\right) \le \hat{y} \le \left(\hat{y}_b + \frac{L_b}{2}\right) \quad \hat{\psi} = 0, \theta_f = 0, \theta_s = 0 \qquad (23)$$

$$at \; \hat{y} = \hat{y}_b - \frac{L_b}{2} \,\&\, \hat{y} = \hat{y}_b + \frac{L_b}{2}, \left(\hat{x}_b - \frac{L_b}{2}\right) < \hat{x} < \left(\hat{x}_b + \frac{L_b}{2}\right) \quad \hat{\psi} = 0, \theta_f = 0, \theta_s = 0 \qquad (24)$$

الظروف الحدية للحواجز الافقية :-

الحاجز الاول :-

$$at \; \hat{y} = \hat{y}_{p1} - \frac{t_{p1}}{2} \,\&\, \hat{y} = \hat{y}_{p1} + \frac{t_{p1}}{2} \quad ,0 \le \hat{x} \le L_{p1} \quad \hat{\psi} = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{y}} = 0, \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{y}} = 0 \qquad ......(25)$$

$$at \; \hat{x} = L_{p1} \;\; , \; \hat{y}_p - \frac{\hat{t}_{p1}}{2} < \hat{y} < \hat{y}_p + \frac{\hat{t}_{p1}}{2} \quad \hat{\psi} = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{x}} = 0, \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}} = 0 \qquad .....(26)$$

الحاجز الثاني :-

$$at \; \hat{y} = \hat{y}_{p2} - \frac{t_{p2}}{2} \,\&\, \hat{y} = \hat{y}_{p2} + \frac{t_{p2}}{2} \quad ,L - L_{p2} \le \hat{x} \le L \quad \hat{\psi} = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{y}} = 0, \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{y}} = 0 \qquad .....(27)$$

$$at \; \hat{x} = L - L_{p2} \;\; , \; \hat{y}_p - \frac{\hat{t}_{p2}}{2} < \hat{y} < \hat{y}_p + \frac{\hat{t}_{p2}}{2} \quad \hat{\psi} = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{x}} = 0, \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}} = 0 \qquad ....(28)$$

ان الطريقة العددية المستخدمة لايجاد دالة الانسياب وتوزيع درجات الحرارة في التجويف المسامي هي تقنيات الفروق المحددة والتي تطبق لحل المعادلات المتحكمة واساس هذه التقنية هو استخدام التقريب لجميع المشتقات في المعادلات التفاضلية الجزئية وذلك عن طريق فتح معادلة تيلر Taylor series expansion

حساب عدد نسلت :-

ان اهمية عدد نسلت في مسائل انتقال الحرارة ناتجة عن كونه يمثل مؤشرا لكمية الحرارة المنتقلة بالحمل ، وبصورة عامة فان عدد نسلت يمثل النسبة بين كمية الحرارة المنتقلة في حالة الحمل إلى كمية الحرارة المنتقلة في حالة التوصيل التام ، ولابد ان نشير هنا إلى ان لكل جزء من جزأي الوسط المسامي عدد نسلت الخاص به طبقا لفرضية الاتزان الحراري ، فعدد نسلت الموقعي للجزء المائع يحسب بالصيغة الاتية :

فمثلا عدد نسلت الموقعي عند الجدار السفلي :-

$$Nu'_f = \frac{q''_f L}{k} = \frac{k_f L \left(\frac{\partial T_f}{\partial y}\right)_{y=0}}{k_f (T_f - T_c)} = \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y}\right)_{y=0} \qquad ......(29)$$

وبالطريقة نفسها نعبر عن عدد نسلت الموقعي للجزء الصلب بالصيغة:-

$$Nu'_s = \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial y} \right)_{y=0} \qquad \text{......(30)}$$

اما عدد نسلت الكلي عند الجدار السفلي فيحسب موقعياً بالصيغة الاتية :-

$$Nu'_T = \frac{q''_T \, L}{\Delta T \{\phi k_f + (1-\phi) k_s\}} = \frac{L\left[\phi k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=0} + (1-\phi) k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial y} \right)_{y=0} \right]}{\Delta T \{\phi k_f + (1-\phi) k_s\}} = \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$= \frac{1}{1+K_r} \left[K_r \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right)_{y=0} + \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial y} \right)_{y=0} \right] \qquad \text{.......(31)}$$

ولحساب معدل عدد نسلت نقوم باجراء التكامل المحدد :

$$Nu_f = \int_{\hat{x}=0}^{\hat{x}=1} \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y}\bigg|_{\hat{y}=0} + \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{y}}\bigg|_{\hat{y}=1} \right) d\hat{x} + \int_{\hat{y}=0}^{\hat{y}=1} \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{x}}\bigg|_{\hat{x}=0} + \frac{\partial \theta_f}{\partial \hat{x}}\bigg|_{\hat{x}=1} \right) d\hat{y} \qquad \text{.......(32)}$$

$$Nu_s = \int_{\hat{x}=0}^{\hat{x}=1} \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial y}\bigg|_{\hat{y}=0} + \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{y}}\bigg|_{\hat{y}=1} \right) d\hat{x} + \int_{\hat{y}=0}^{\hat{y}=1} \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}}\bigg|_{\hat{x}=0} + \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}}\bigg|_{\hat{x}=1} \right) d\hat{y} \qquad \text{......(33)}$$

$$Nu_T = \frac{1}{(1+K_r)} \int_{\hat{x}=0}^{\hat{x}=1} \left\{ K_r \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial y} \right)_{y=0} + \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial y} \right)_{y=0} \right\} d\hat{x} + \frac{1}{(1+K_r)} \int_{\hat{y}=0}^{\hat{y}=1} \left\{ K_r \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial x} \right)_{x=0} + \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial x} \right)_{x=0} \right\} d\hat{y} \qquad \text{......(34)}$$

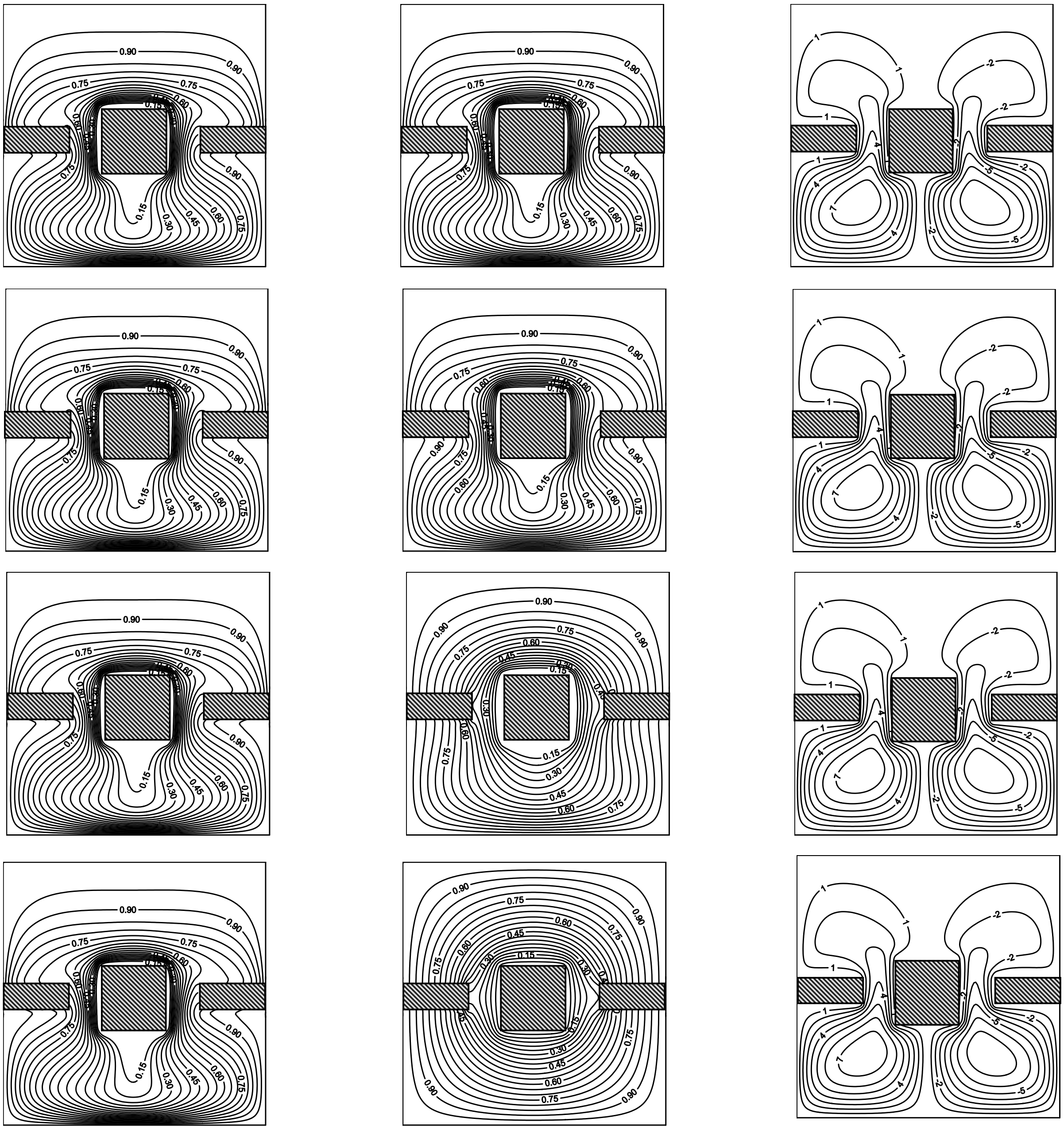
$$= \frac{1}{(1+K_r)} \left(K_r Nu_f + Nu_s \right)$$

النتائج والمناقشة :

في هذا الجزء سيتم عرض نتائج الحل العددي ومناقشتها والتي تتضمن مجالات درجــات الحــرارة علــى شــكل خطوط ثبوت درجات الحرارة (isotherms lines) ومجال السرعة متمثل بخطوط الانسياب (streamliens) وكذلك سيتم عرض الرسوم البيانية لعلاقات معدل عدد نسلت للجزء المائع والصلب والكلي وتغيره مع عدد رايلي . شملت النتــائج قــيم مختلفة من المعلمات الرئيسية لمسألة البحث : عدد رايلي المطور (100-1000) معامل انتقال الحرارة المدرج (0.1-100) ،نسبة التوصيلية الحرارية (0.1-100) وثلاثة مواقع للحاجزين الافقيين (Yp=0.25,0.5,0.75) .كما تم اســتخدام ســمك الحاجز الاول مساوي لسمك الحاجز الثاني (0.1) نسبة إلى عرض التجويف .

مجال خطوط درجات الحرارة وخطوط الانسياب

يبين الشكل (2) مدى تأثير معامل انتقال الحرارة المدرج على كل من خطوط الانسياب وتوزيع درجات الحــرارة للجزأين الصلب والمائع ، اخذت هذه الحالة عند عدد رايلي ($Ra^*=300$) وموقع الحاجزين في وسط التجويف (Yp=0.5) وقيمة التوصيلية الحرارية (Kr=100) ، يتضح من الشكل عندما يكون معامل انتقال الحرارة المدرج عالياً (H=100) فــان النموذج يبدو وكأنه متزن حرارياً ، اذ ان خطوط درجات الحرارة لكلا الجزأين لا تبدي أي اختلاف يبعــدها عــن فرضــية الاتزان الحراري ، كذلك يمكن ملاحظة اعلى تدرج لدرجات الحرارة يكون في الجزء الــسفلي بمحــاذاة الــسطح الــسفلي للتجويف بينما يكون اعلى تدرج درجات الحرارة بالنسبة للجسم المربع بمحاذاة السطح العلوي والجدران العموديــة ، دلالــة على اكبر فقدان حرارة يكون في الجزء السفلي للتجويف واكبر اكتساب حرارة يكون في اعلى وجانبي الجسم المربع .

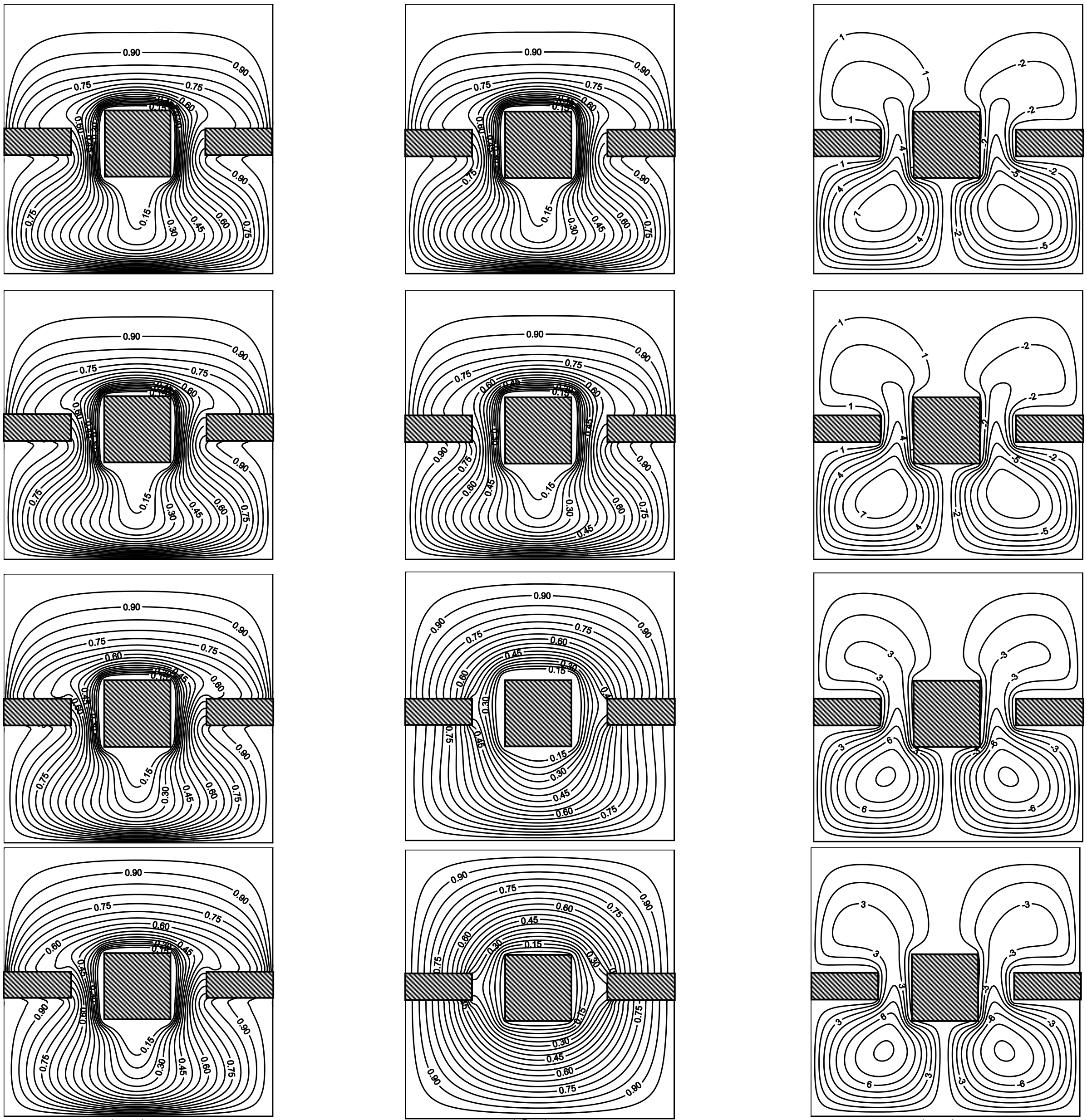


(a)   (b)   (c)

الشكل (2) : خطوط درجات الحرارة للمائع (a) ، خطوط درجات الحرارة للصلب (b) ، خطوط الانسياب (c) عندما
$H=100,10,1.0,0.1$, $Kr= 100$, $Ra^* = 300$ من الأعلى إلى الأسفل على التوالي

الشكل (3) يبين تأثير نسبة التوصيلية الحرارية بثبوت عدد رايلي المطور ($Ra^*=300$) ومعامل انتقال الحرارة المدرج ($H=100$) وكما هو الحال عند القيم العالية من معامل انتقال الحرارة المدرج فان النظام يعد متزنا حراريا عند القيم المرتفعة من نسبة التوصيلية الحرارية .لكن عند التقليل من نسبة التوصيلية الحرارية إلى($Kr=10$) فان تدرج درجات الحرارة يكون اقل مما سبق ويكون التزاحم في خطوط درجات الحرارة عند الطبقات المتاخمة اقل كلما انخفضت نسبة

التوصيلية الحرارية .يمكن ملاحظة ذلك من توزيع خطوط درجات الحرارة للجزأين المائع والصلب في الجزء السفلي للتجويف وكذلك في اعلى وجانبي الجسم المربع ، ويمكن ملاحظة ميلان خطوط درجات الحرارة بشكل عام اصبح اقل والخطوط تصبح اقل انفراجاً نحو الجدران . عند تقليل Kr إلى 1 و 0.1 نلاحظ تأثر اكثر لخطوط درجات الحرارة وتقليل في المساحة التي تشغلها الطبقة المتاخمة . اما بالنسبة لخطوط الانسياب فيمكن ملاحظة اخذ حلقات اوسع دلالة على سرعة اقل كلما ابتعدت على مركز دوران الخلية وهذا يدل على ضعف الحمل الطبيعي نتيجة التقليل في معامل التوصيلية الحرارية.

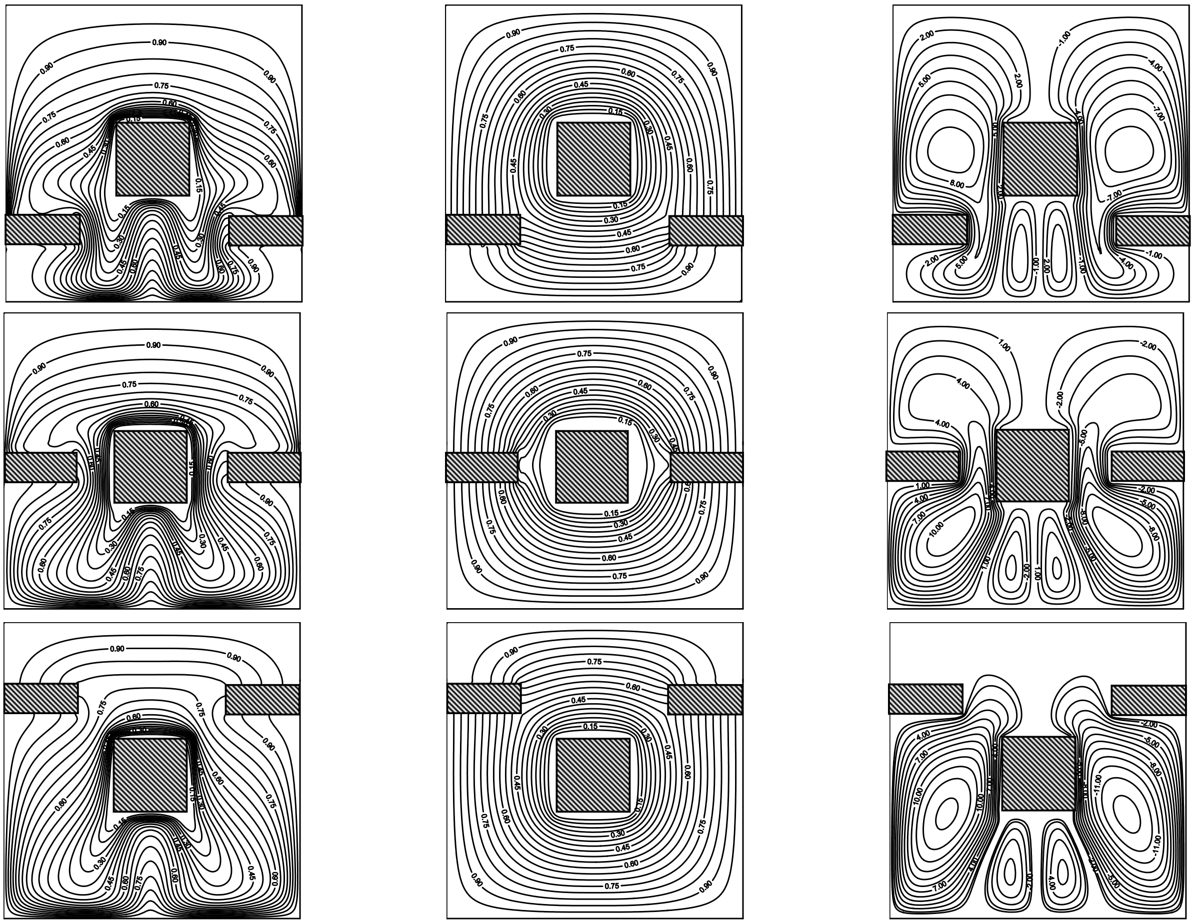


(a) (b) (c)

الشكل (3) : خطوط درجات الحرارة للمائع (a) ، خطوط درجات الحرارة للصلب (b) ، خطوط الانسياب (c)

عندما $Ra^{*}=300$, H= 100, Kr=50,10,1.0,0.1 من الأعلى إلى الأسفل على التوالي

الشكل (4) يبين تاثير تغير موقع الحاجزين الافقيين بثبوت عدد رايلي ومعامل انتقال الحرارة المدرج ونسبة التوصيلية الحرارية . في البداية نلاحظ وبالمقارنة مع الاشكال السابقة بان زيادة عدد رايلي مقارنة مع الشكل السابق يؤدي إلى تحول الجريان إلى متعدد الخلايا (multicellular flow) دلالة على نشاط الحمل الطبيعي بزيادة عدد رايلي ، اما تأثير موقع الحاجزين لنفس عدد رايلي، فنلاحظ عندما تكون الحواجز في اسفل التجويف سيؤدي إلى التقليل في المساحة التي تشغلها الطبقات المتاخمة وخاصة عند السفلي للتجويف بالمقارنة مع موقع الحاجزين في وسط واعلى التجويف وكذلك يمكن ملاحظة عرقلة الجريان وخاصة للخلايا الثانوية في اسفل التجويف بسبب وجود الحواجز . اما عند وضع الحاجزين في اعلى التجويف يتبين شمول منطقة واسعة للطبقة المتاخمة بمحاذاة السطح السفلي والجدران العموديان للتجويف . كذلك من ملاحظة مجال خطوط الانسياب نجد بان اعلى قيمة لدالة الجريان (Ψ_{max}) تكون اعلى عند مقارنتها مع قيمتها عنما تكون الحواجز في وسط وفي اسفل التجويف ، ويمكن مشاهدة حرية الحركة لدى خلايا الحمل عندما تكون الحواجز في اعلى التجويف .



(a) (b) (c)

الشكل (4) : خطوط درجات الحرارة للمائع (a) ، خطوط درجات الحرارة للصلب (b) ، خطوط الانسياب (c) عندما Ra^* =500 ,Kr=0.1, H= 100 ومواقع مختلفة للحواجز yp=0.25,0.5,0.75 من الأعلى إلى الأسفل على التوالي

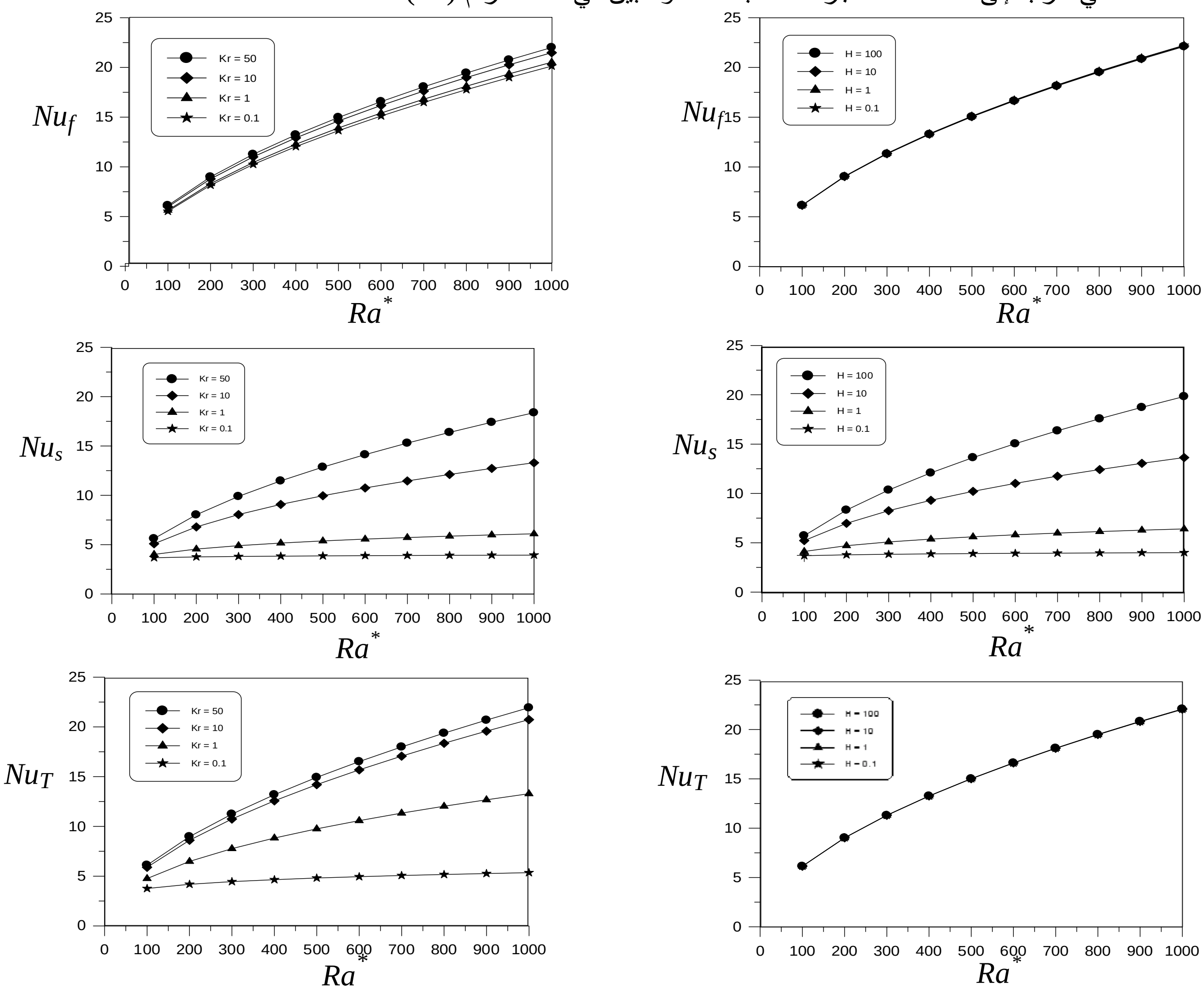
مجالات انتقال الحرارة ومعدل عدد نسلت :

يمكن الاستدلال على كمية انتقال الحرارة من معرفة التغير في عدد نسلت نتيجة تغير معلمات المسالة .

ففي الشكل (5) يبين تأثير تغير عدد رايلي المطور مع عدد نسلت للجزء الصلب والمائع والكلي وعندما يكون موقع الحاجزين في اسفل التجويف . ففي الشكل نلاحظ زيادة عدد نسلت لكل الاجزاء (الصلب،المائع،الكلي) مع زيادة عدد

رايلي وعند قيم مختلفة من التوصيلية الحرارية وقيم مختلفة من معامل انتقال الحرارة المدرج . في الشكل (5-a) نلاحظ بان فرق الزيادة في معدل عدد نسلت للجزء المائع يكون قليل في اعداد رايلي القليلة عند تغير التوصيلية الحرارية وعند زيادة عدد رايلي نلاحظ فرق اكبر في زيادة معدل عدد نسلت للجزء المائع بتغير التوصيلية الحرارية . اذ نلاحظ زيادة معدل عدد نسلت بزيادة التوصيلية الحرارية، أي في حالة الاقتراب من حالة الاتزان الحراري يكون اعلى معدل لعدد نسلت .اما بالنسبة للجزء الصلب فنلاحظ فرق الزيادة يكون اكبر وخاصة عند اعداد رايلي الكبيرة .وبالتالي ستكون المحصلة لعدد نسلت الكلي ستتغير بتغير قيم التوصيلية الحرارية .

الشكل (5-b) يبين تاثير تغير عدد رايلي المطور على اعداد نسلت عند قيم مختلفة من معامل انتقال الحرارة المدرج بثبوت نسبة التوصيلية الحرارية (Kr=100) وموقع الحاجزين في اسفل التجويف .يلاحظ من الشكل بان عدد نسلت للجزء المائع لا يتاثر كثيرا بتغير معمل انتقال الحرارة المدرج بسبب القيمة المرتفعة لنسبة التوصيلية الحرارية . اما معدل عدد نسلت للجزء الصلب فيكون اكثر استجابة لذلك التغير اذ يزداد معدل عدد نسلت للجزء الصلب بزيادة معامل انتقال الحرارة المدرج وذلك لزيادة كمية الحرارة المتبادلة بين الجزأين بسبب صغر مقاومة الحمل . اما معدل عدد نسلت الكلي فانه يتصرف بصورة مشابهة تماماً لمعدل عدد نسلت للجزء المائع .اذ انه كلما زادت نسبة التوصيلية الحرارية كان معدل عدد نسلت الكلي اقرب إلى عدد نسلت للجزء الصلب كما هو مبين في معادلة رقم (34) .



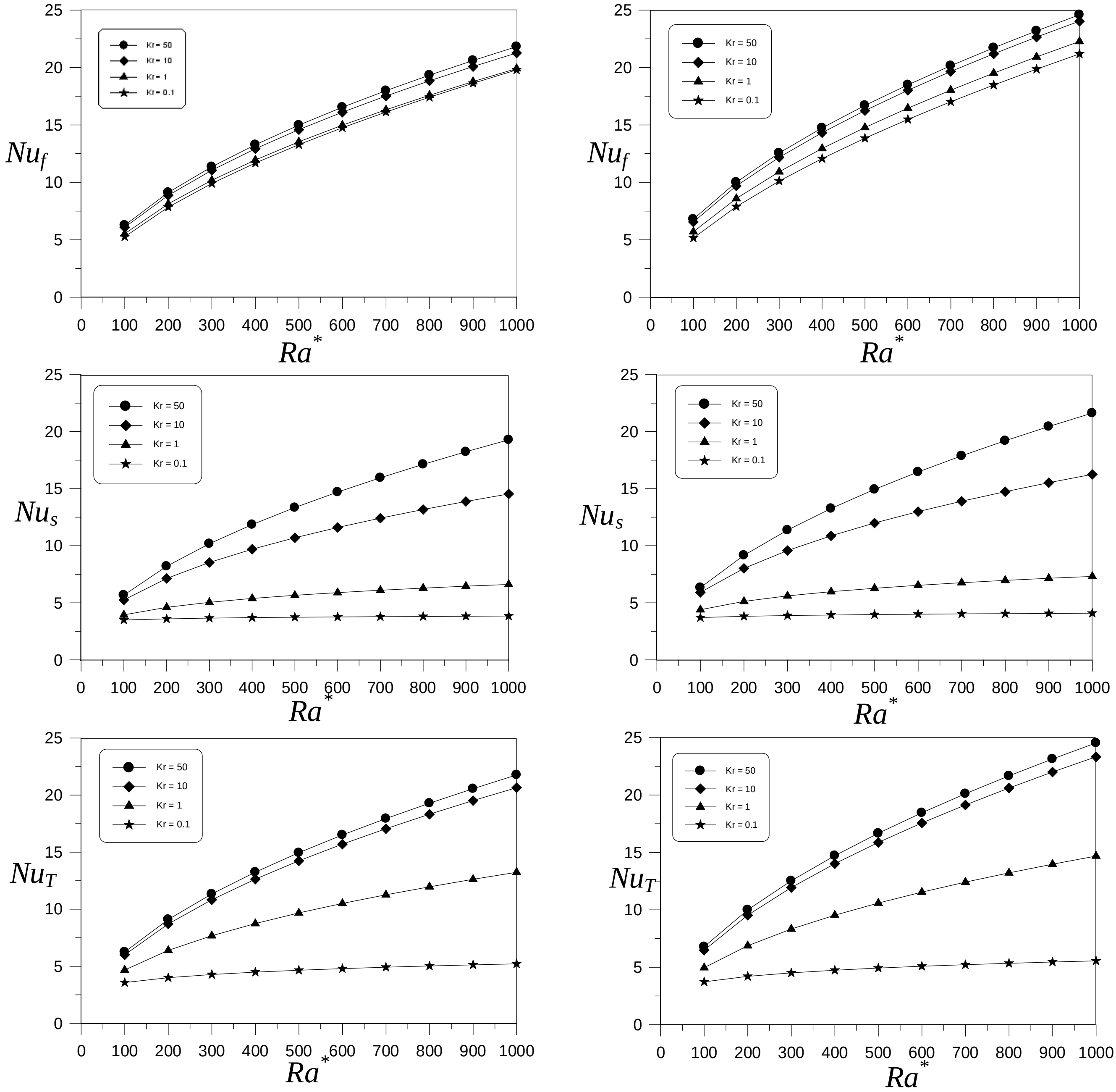
(a) (b)

الشكل (5) تأثير تغير عدد رايلي المطور مع معدل عدد نسلت للمائع ، عدد نسلت للصلب و عدد نسلت الكلي

عند Yp = 0.25 (a) H = 100 وقيم مختلفة من التوصيلية الحرارية Kr

(b) Kr = 100 وقيم مختلفة من معامل انتقال الحرارة المدرج H

الشكل(6) (a,b) يبين تأثير موقع الحواجز الافقية على معدل عدد نسلت .وبالمقارنة مع الشكل السابق نلاحظ بان معدل عدد نسلت (الصلب،المائع،الكلي) يزداد كلما وضعت الحواجز الافقية في اعلى التجويف أي يكون اقل قيمة عند (Yp=0.25) ويزداد إلى ان يصل إلى اعلى قيمة عند (Yp=0.75) والسبب في ذلك اشير اليه سابقاً بمناقشة خطوط درجات الحرارة .



(a) (b)

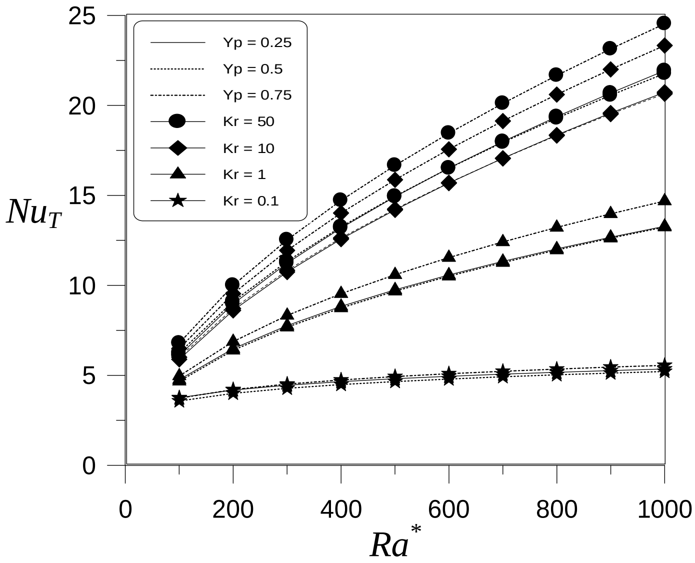
الشكل (6) تأثير تغير عدد رايلي المطور مع معدل عدد نسلت للمائع ، عدد نسلت للصلب و عدد نسلت الكلي

عند H=100 (a) Yp = 0.5 وقيم مختلفة من التوصيلية الحرارية Kr

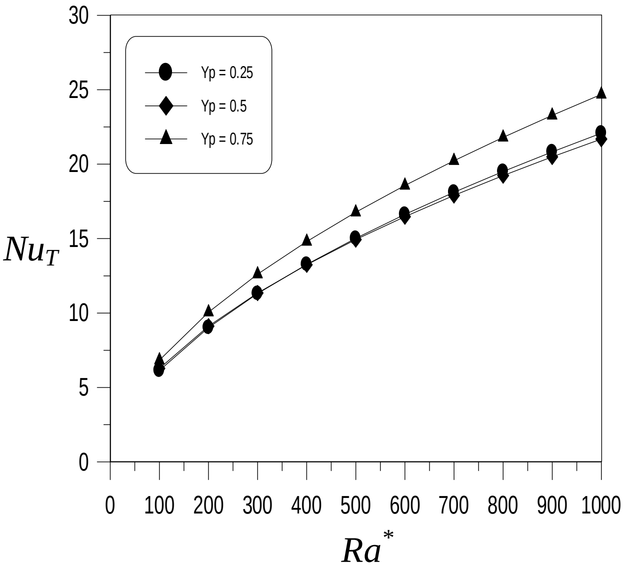
(b) Yp = 0.75 وقيم مختلفة من التوصيلية الحرارية Kr

الشكل (7) يبين تأثير تغير عدد رايلي المطور مع معدل عدد نسلت الكلي لقيم مختلفة مــن التوصــيلية الحراريــة وثبوت معامل انتقال الحرارة المدرج(H=100) ولمواقع مختلفة للحاجزين الافقيين .نلاحــظ مــن الــشكل عنــدما تكــون (Kr=0.1) هناك تقارب بين معدل عدد نسلت الكلي وباختلاف مواقع الحاجزين . اما عند زيادة Kr نلاحظ فرق في معدل عدد نسلت وخاصة عند اعداد رايلي الكبيرة .مع زيادة Kr إلى 50 نلاحظ بلن اعلى فرق لمعدل عدد نسلت لمواقع الحــواجز المختلفة ، اذ تكون اعلى قيمة عند وجود الحواجز في اعلى الحيز 0.75 = Yp ومن ثم الحالة الوســطية Yp=0.5 واقــل قيمة عند Yp=0.25 .

الشكل (8) يبين تأثير تغير عدد رايلي المطور مع عدد نسلت الكلي عند ثبــوت Kr=100 و H=100 ولمواقــع مختلفة للحاجزين الافقيين. من الملاحظ للحالة الواحدة أي ثبوت Kr و H تقارب بين قيم معدل عدد نــسلت الكلــي عنــدما يكونان الحاجزين الافقيين في الوسط وفي اسفل التجويف ، بينما يبين الشكل بان هناك فرق ملحوظ عندما تكــون الحــواجز في اعلى التجويف .



الشكل (7) تأثير تغير عدد رايلي المطور مع معدل عدد نسلت الكلي لقيم مختلفة من التوصيلية الحرارية Kr و H=100 ولمواقع مختلفة للحاجزين الأفقيين



الشكل (8) تأثير تغير عدد رايلي المطور مع معدل عدد نسلت الكلي عندما H = 100 و Kr = 100 ولمواقع مختلفة للحاجزين الأفقيين

الاستنتاجات :

يمكن تلخيص الاستنتاجات بالنقاط التالية :

1.عند اخذ قيم عالية لنسبة التوصيلية الحرارية ومعامل انتقال الحرارة المدرج تجعل الوسط المسامي اقــرب إلــى فرضــية الاتزان الحراري .
2.يزداد معدل عدد نسلت (الصلب ، المائع،الكلي) بزيادة عدد رايلي المطور مع ملاحظة ان الزيادة تكون اكبر عنــد القــيم العالية من نسبة التوصيلية الحرارية ومعامل انتقال الحرارة المدرج.
3.يقتصر تأثير معامل انتقال الحرارة المدرج على عدد نسلت للجزء الصلب لان نسبة التوصيلية الحرارية اخذت عالية نسبياً في هذه الدراسة.
4.زيادة نسبة التوصيلية الحرارية بثبوت عدد رايلي المطور تسبب زيادة قيم جميع اعداد نسلت .
5.اعلى منطقة تبادل حراري سوف يكون في الجزء السفلي للتجويف فعند وضع الحاجزين الافقيين في الجزء السفلي ســيقلل من عملية انتقال الحرارة .
6.يزداد معدل عدد نسلت الكلي مع تحريك الحاجزين نحو الاعلى بثبوت عدد رايلي ، مع ملاحظة زيادة ملحوظة عند وضع الحواجز في اعلى التجويف .

المصادر

1.Cheng, P.," Heat Transfer in Geothermal Systems, Adv. Heat Transfer", 14, pp. 1-105, 1978.

2. Bejan, A., Convection Heat Transfer, Wiley – Interscience Publication, Joun Wiley & Sons, Inc., 1995.

3.Prasad, V., " Thermal Convection in a Rectangular Cavity Filled With a Heat-Generating, Darcy Porous Medium ", J. Heat Transfer, 109, pp. 697-703, 1987.

4. Chan, B. K., Ivey, C. M., and Barry, J. M.," Natural Convection in Enclosed Porous Media With Rectangular Boundaries", J. Heat Transfer, 92, pp. 21-27, 1970.

5.Hussein, A.," Effect of Non-Darcian Flow on Natural Convection in Partitioned Enclosure", Ph.D. Thesis, university of Mosul, 2001.

6. Al-Tamemy,M., "Numerical study of Natural Convection in Porous Enclosure with Multi-Obstractions", M.Sc. Thesis, University of Mosul, 2003

7. Al-Ani, O. B. H.," Natural Convective Heat Transfer from Rectangular Isothermal Body Embedded in Confined Porous Medium", M. Sc. Thesis, Mosul Univ. 1998.

8. Facas, G. N.," Reducing the Heat Transfer From a Hot Pipe Buried in a Semi-Infinite Saturated, Porous Medium", J. Heat Transfer, 116, pp. 473-476, 1994.

9.Radi,M.K.,"Numerical Study of Heat Transfer by a Natural Convection of Porous Layer Using Non-Equilibrium Model", M.Sc. Thesis , Mosul University.2007.

10.Saied ,N.H.,"Analysis of Mixed Convection in a Vertical Porous Layer Using Non-Equilibrium Model ",Int.J. Heat Mass Transfer,47, pp.5619-5627,2004.

11.Chapra,S.c.and Canale,R.P., "Numerical Methods for Engineering", McGrew-Hill,NewYork2002.

12. Borse,G. J., FORTRAN77 and Numerical Method for Engineering, McGraw- Hill Book Company, Inc., 1985.

تم اجراء البحث في كلية الهندسة – جامعة الموصل